

MATEMATICĂ

Clasa a VIII-a

TESTE. FIȘE DE LUCRU
MODELE DE TEZE

Partea I



TESTE INIȚIALE	5
FIȘE DE LUCRU – ALGEBRĂ	25
Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor.....	27
Intervale de numere reale și reprezentarea lor pe axă.....	29
Intersecția, reuniunea și diferența intervalelor.....	31
Inecuații de gradul I cu o necunoscută.....	33
Operații cu numere reale reprezentate prin litere: adunare, scădere, reducerea termenilor asemenea.....	35
Operații cu numere reale reprezentate prin litere: înmulțire, împărțire, ridicare la putere.....	37
Formule de calcul prescurtat.....	39
Descompunerea în factori.....	41
FIȘE DE LUCRU – GEOMETRIE	43
Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări. Determinarea dreptei.....	45
Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări. Determinarea planului, relații între puncte, drepte, plane.....	47
Corpuri geometrice: piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări.....	49
Corpuri geometrice: prisma dreaptă, paralelipipedul dreptunghic, cubul; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări.....	51
Corpuri geometrice: cilindrul circular drept; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurare.....	53
Corpuri geometrice: conul circular drept; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurare.....	55
Paralelism: drepte paralele.....	57
Unghiuri cu laturile respectiv paralele; unghiul a două drepte în spațiu; drepte perpendiculare.....	59
Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan. Dreaptă paralelă cu un plan.....	61
Pozițiile relative a două plane. Plane paralele.....	63
Secțiuni paralele cu baza în corpurile studiate.....	65
Trunchiul de piramidă. Trunchiul de con circular drept. Descriere și prezentare.....	67
Perpendicularitate: drepte perpendiculare, dreaptă perpendiculară pe un plan.....	69
Înălțimea unei piramide; înălțimea unui con circular drept; distanța dintre două plane paralele.....	71
Înălțimea prisme drepte, a paralelipipedului dreptunghic, a cilindrului circular drept.....	73
Înălțimea trunchiului de piramidă și a trunchiului de con circular drept; plane perpendiculare, aplicații: secțiuni diagonale, secțiuni axiale în corpurile studiate.....	75
Proiecții de puncte, de segmente de dreaptă și de drepte pe un plan.....	77
Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Lungimea proiecției unui segment.....	79
Teorema celor trei perpendiculare. Calculul distanței de la un punct la o dreaptă și de la un punct la un plan.....	81
Unghi diedru. Unghi plan corespunzător diedrului. Unghiul dintre două plane.....	83
Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate (determinare prin calcul).....	85
MODELE DE TEZE	87
SOLUȚII	93

TESTUL 1

1. Calculează: $\frac{5}{18} : \left(\frac{2}{9} - \frac{3}{6}\right) - 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{7}$.

2. Calculează media geometrică a numerelor: $a = |3 - 2\sqrt{3}|$ și $b = 3 + 2\sqrt{3}$.

3. Află măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt proporționale cu 3, 4, 5 și, respectiv, 6.

4. Rezolvă sistemul prin metoda substituției:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$$

5. Se consideră rombul $ABCD$ având lungimea laturii de 8 cm. Prin vârful A al rombului se duce o secantă oarecare ce intersectează prelungirile laturilor BC și CD în E , respectiv F .

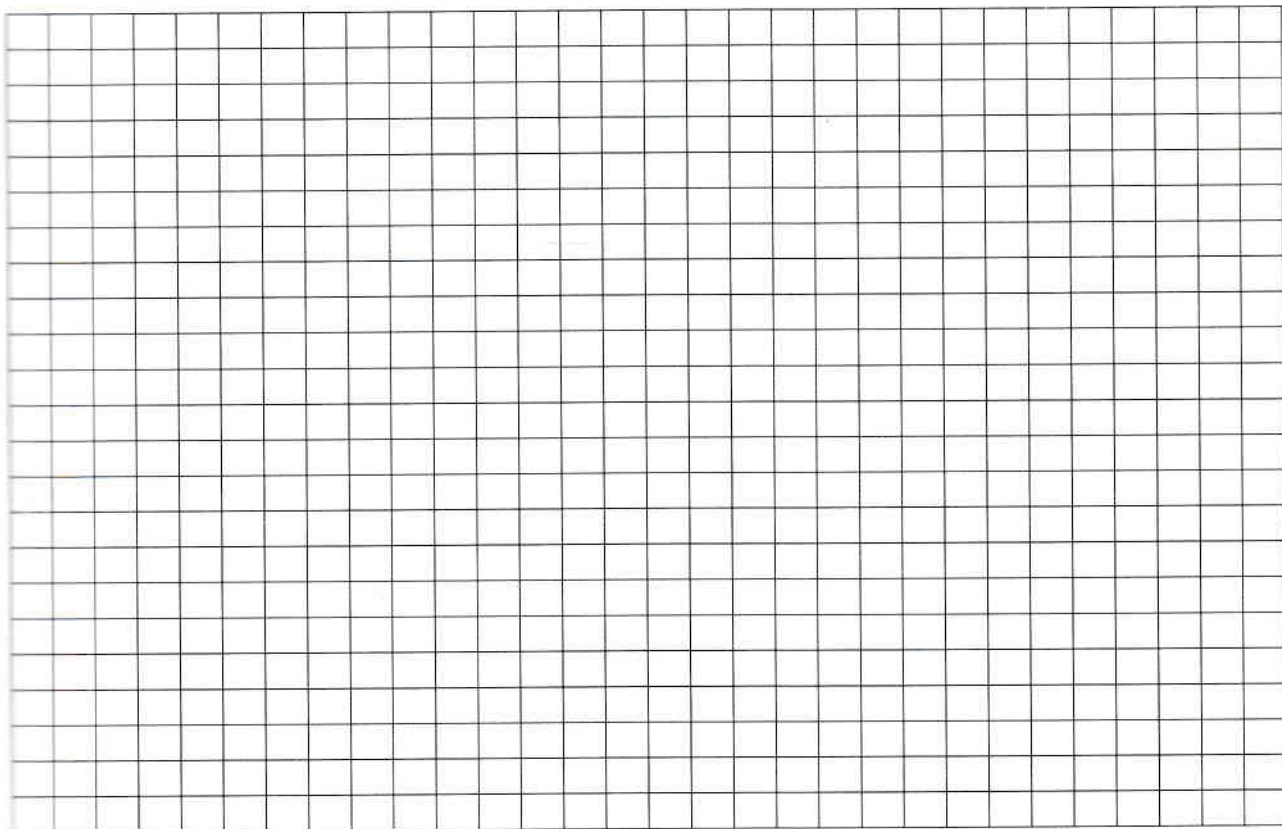
Demonstrează că $\frac{1}{CE} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{8}$.

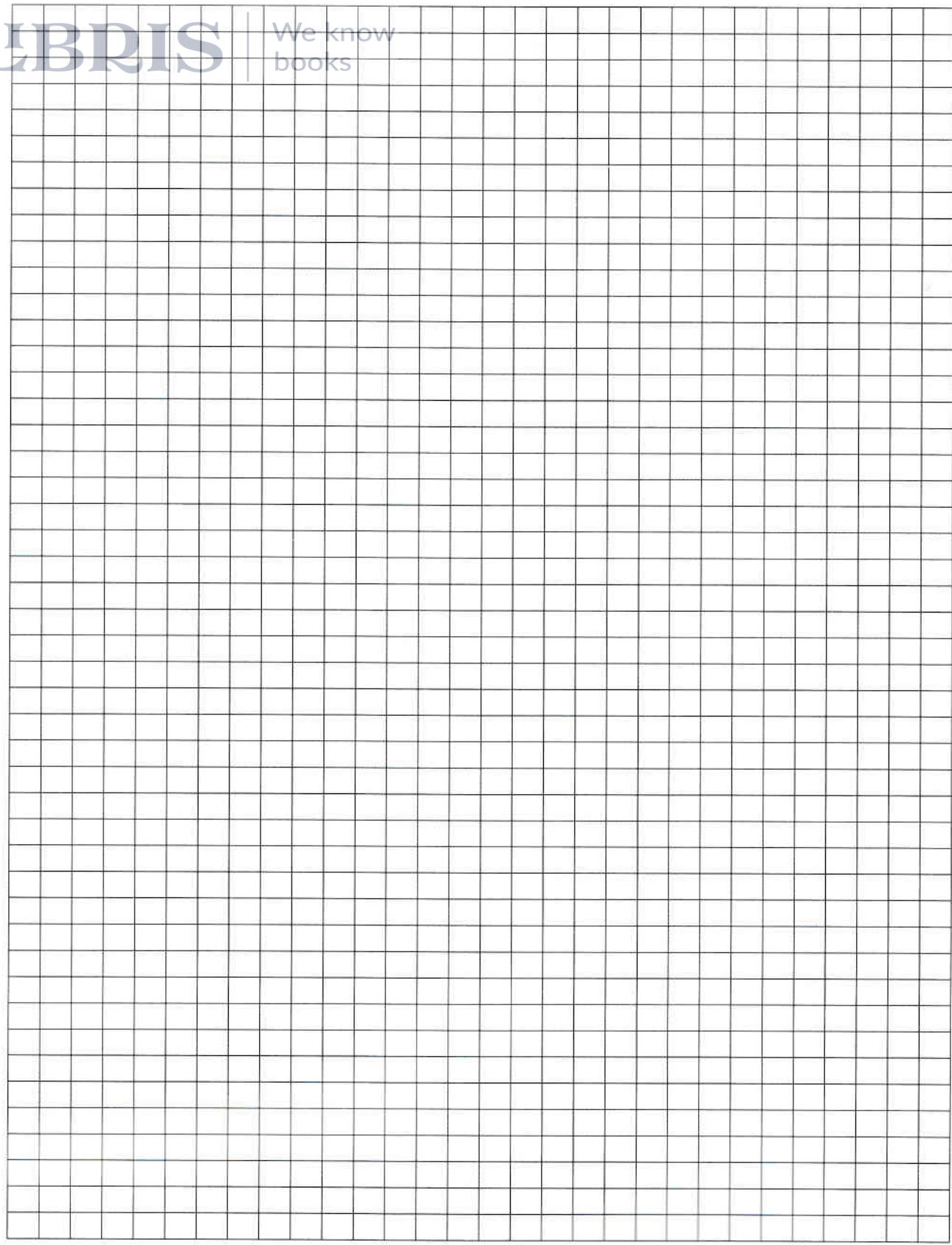
6. Rezolvă ecuația: $\frac{2x-1}{3} + \frac{3x-2}{4} - \frac{4x-5}{6} = \frac{3}{2}$.

7. În trapezul isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB = BC = AD$, $\cos \sphericalangle C = 0,6$ și $CD = 66$ cm. Află perimetrul trapezului și lungimea diagonalei acestuia.

8. Un romb cu diagonalele de 24 cm și de 32 cm este circumscris unui cerc, iar cercul este circumscris unui triunghi echilateral. Află perimetrul triunghiului.

9. Află coordonatele mijlocului segmentului AB , dacă $A(2; 3)$ și $B(4; 7)$.





FIȘA DE LUCRU NR. 1

MULȚIMI DEFINITE PRINTR-O PROPRIETATE COMUNĂ
A ELEMENTELOR LOR

Înțelegere

Mulțimea numerelor naturale

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$; $\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; \dots; n; \dots\}$ și $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N}$.

Mulțimea numerelor întregi

$\mathbb{Z} = \{\dots; -n; \dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; \dots; n; \dots\}$; $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Z}^* \subset \mathbb{Z}$ și, în plus, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

$\mathbb{Z}_- = \{\dots; -n; \dots; -3; -2; -1\}$ – mulțimea numerelor întregi negative.

$\mathbb{Z}_+ = \{1; 2; \dots; n; \dots\}$ – mulțimea numerelor întregi pozitive.

Mulțimea numerelor raționale

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \right\}$; $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

$\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ – mulțimea numerelor raționale care nu sunt întregi.

Mulțimea numerelor iraționale, notată cu $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, este mulțimea numerelor care se scriu zecimal cu o infinitate de zecimale care nu se repetă periodic.

Mulțimea numerelor reale, notată \mathbb{R} , este mulțimea formată din reuniunea mulțimii numerelor raționale cu mulțimea numerelor iraționale. $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Deci $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Exemple. Determină mulțimile:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^3 \leq 65\}$; b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x - 1| < 7\}$; c) $C = \{x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} \mid |3x + 1| = 4\}$.

Soluții:

a) $x^3 \leq 65$ și $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$;

b) $|2x - 1| < 7 \Leftrightarrow -7 < 2x - 1 < 7 \mid +1 \Leftrightarrow -6 < 2x < 8 \mid :2 \Leftrightarrow -3 < x < 4 \Rightarrow B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$;

c) $|3x + 1| = 4 \Leftrightarrow 3x + 1 = -4$ și $3x + 1 = 4$. Rezolvând cele două ecuații, obținem $x = -\frac{5}{3}$ și $x = 1$. Cum

$$x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} \Rightarrow C = \left\{ -\frac{5}{3} \right\}.$$

Exersare

1. Stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $-\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}^*$; b) $\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{6}{3} \in \mathbb{N}$; d) $-\frac{3}{9} \notin \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$; e) $\frac{1,5}{0,3} \in \mathbb{Z}$.

2. Scrie două numere raționale cuprinse între:

a) 0,2 și 0,3; b) 0,6 și 0,(6); c) 1,1(2) și 1,(12); d) $\frac{1}{5}$ și $\frac{1}{4}$.

3. Fie mulțimea $M = \left\{ -\sqrt{12}, 25, -\frac{6}{2}, -2, (5); 0; \sqrt{\frac{1}{4}}; \pi; \frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{\frac{3}{16}}; 5 \right\}$.

- Calculează: a) $M \cap \mathbb{N}$; b) $M \cap \mathbb{Z}$;
 c) $M \cap \mathbb{Q}$; d) $M \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$.

4. Determină mulțimile:

a) $M = \{a \in \mathbb{Z} \mid 35 < a^2 \leq 144\}$; b) $N = \{a \in \mathbb{N} \mid 4 \leq \sqrt{a} \leq 8\}$; c) $P = \{a \in \mathbb{N} \mid 48 \leq 3a^2 \leq 192\}$.

5. Precizează valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$; b) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; c) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$; d) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}'$; e) $\mathbb{Q} \not\subseteq \mathbb{Z} \dots$

Fixare

1. Stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $1, (6) \in \mathbb{Q}_+$; b) $(-4)^2 \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; c) $-1 \notin \mathbb{Q}$; d) $2, 8 \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.

2. Determină numerele raționale x și y care îndeplinesc condiția:

a) $x\sqrt{3} + \frac{y}{\sqrt{3}-1} = 2\sqrt{3} + 5 - \frac{x}{2}$; b) $\frac{x}{\sqrt{2}-1} + 3\sqrt{2} = -\frac{y}{\sqrt{2}+1} + 7$.

3. Fie mulțimea: $M = \left\{ (-3)^2; (-4)^{-2}; \sqrt{0,16}; \sqrt[4]{\frac{4}{9}}; (-1)^{14}; \sqrt{2}; \sqrt[3]{\frac{2}{25}}; \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}; \sqrt[5]{\frac{3}{9}} \right\}$. Determină:

- a) $A \cap \mathbb{Q}$; b) $A \cap (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$; c) $A \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$.

4. Activitate în echipă. Determinați mulțimile:

$$A = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{15}{2n+1} \in \mathbb{N} \right\}; \quad B = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid \frac{3n+9}{2n-3} \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$C = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{2n-5}{2n+1} \in \mathbb{Z} \right\}; \quad D = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid \frac{4n-3}{3n+1} \in \mathbb{N} \right\}.$$

Verificare

1. Demonstrează că următoarele numere sunt iraționale:

- a) $3 + \sqrt{2}$; b) $\frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}$; c) $\sqrt{5} + \sqrt{7}$; d) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$.

2. Determină cifra a , în baza 10, astfel încât:

a) $\sqrt{\frac{24a}{60}} \in \mathbb{N}$; b) $\sqrt{\frac{28a}{18}} \in \mathbb{Q}$; c) $\sqrt{\frac{18a}{4}} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

3. Determină mulțimea: $M = \left\{ x \in \mathbb{Z} \setminus \{2\} \mid \frac{\sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{18+8\sqrt{2}}}{x-2} \in \mathbb{Z} \right\}$.

4. Se consideră numerele naturale impare $x_1, x_2, \dots, x_{2020}$.

Demonstrează că numărul $T = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{2020}^2} - 1$ este irațional.

5. Arată că $A = \frac{2021^x - x^{2021}}{2020} \in \mathbb{Q}$, unde $x = \frac{0,2 + 0,4 + 0,6 + \dots + 1,6 + 1,8}{\sqrt{18+8\sqrt{2}} + \sqrt{27-10\sqrt{2}}}$.

(AUTOEVALUARE:)

(NOTA PROFESORULUI:)

TEZA 1

1. Calculează: $(\sqrt{3} + 2)^2 + 4(5 - \sqrt{3}) - (2\sqrt{7} + 3)(2\sqrt{7} - 3)$.
2. Scrie, sub formă de interval, pentru fiecare dintre cazuri, mulțimea numerelor reale a care satisfac relațiile:
a) $a \geq -5$; b) $-2 \leq a < 7$.
3. Calculează: $5x + 4y - [5x + 11y - 5(2x + 3y)]$.
4. Descompune în factori:
a) $x^2 - 10x + 25 - 3(x - 5)$; b) $x^3 + 4x^2 - 4x - 16$.
5. Determină elementele mulțimii: $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{2x+5}{x+1} \in \mathbb{N} \right\}$.
6. Piramida patrulateră regulată $VABCD$ are latura $AB = 12$ cm și muchiile laterale egale cu $6\sqrt{3}$ cm. Știind că M este mijlocul lui BC și N este mijlocul lui AD , arată că $VM \perp VN$.
7. Pe planul pătratului $MNPQ$, cu $MN = 12$ cm, se ridică perpendiculara $TM = 6\sqrt{3}$ cm. Află perimetrul și aria triunghiului TNQ și calculează distanța de la Q la planul (TMP) .

TEZA 2

1. Calculează: $\sqrt{48} + \sqrt{15} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{5}} \right) + (\sqrt{5} - 1)^2$.
2. Scrie sub formă de interval mulțimea $M = \{ a \in \mathbb{R} \mid |2a - 3| \leq 9 \}$.
3. Calculează: $a^{2018} - 1 - (a - 1)(a^{2017} + a^{2016} + a^{2015} + \dots + a + 1)$.
4. Descompune în factori:
a) $(x - 4)(2x + 1)^2 - x + 4$; b) $(4x - 3)^2 - 9(x + 2)^2$.
5. Determină numerele întregi a și b care îndeplinesc condiția: $(2a - b)\sqrt{3} + 5\sqrt{5} = a\sqrt{45} - 2b\sqrt{5} + \sqrt{12}$.
6. În paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$ avem $AE = AB = 8\sqrt{3}$ cm și $BC = 8$ cm. Află măsura unghiului format de drepte:
a) BG și AD ; b) DH și EB ; c) AC și EF .
7. Secțiunea diagonală a piramidei patrulateră regulată este un triunghi echilateral de lungime 10 cm. Calculează lungimea muchiei bazei.